

Economia Politica II

Teoria dei giochi II

6.1 Giochi a mosse sequenziali

Nella Nota integrativa 5 abbiamo introdotto i giochi a mosse simultanee nei quali i giocatori sceglievano *simultaneamente* la propria strategia. Abbiamo poi usato le definizioni di strategia dominante e di equilibrio di Nash come concetti di soluzione. Esiste un'altra categoria di giochi che considera invece giocatori che decidono secondo un preciso ordine temporale e nei quali chi sceglie per ultimo conosce la scelta fatta dal giocatore che lo ha preceduto.¹ Parliamo in questo caso di giochi a mosse sequenziali.

Rappresentiamo questo tipo di situazioni strategiche attraverso un albero di gioco formato da nodi, di decisione e finali, e rami. I nodi di decisione rappresentano gli stadi del gioco in cui un giocatore è chiamato a prendere una decisione e il numero sopra il nodo indica il giocatore che in quel stadio del gioco è chiamato a giocare. I nodi finali rappresentano invece il termine del gioco e in essi sono indicati i *payoff* di entrambi i giocatori, dove il primo *payoff* è quello del giocatore che è chiamato a decidere per primo. I rami del gioco che originano da un certo nodo rappresentano le possibili *azioni* o *mosse* che il giocatore può intraprendere a partire da quel nodo.

Si consideri, ad esempio, il seguente gioco con due giocatori, 1 e 2. Il giocatore 1 decide per primo, e può scegliere di giocare Alto (A) o Basso (B). Il giocatore 2 osserva la decisione del giocatore 1 e poi prende una decisione. Se 1 ha giocato A, allora 2 può decidere di giocare Destra (D) o Sinistra (S). Se invece 1 ha giocato B, allora 2 può giocare destra (d) o sinistra (s). Si noti che abbiamo chiamato con lettere maiuscole e minuscole le azioni di 2 per evidenziare il fatto che sono azioni disponibili in nodi di decisione diversi. Alla fine del gioco i giocatori ricevono i *payoff* specificati nella Figura 1. Ad esempio, se il giocatore 1 gioca A e il giocatore 2 gioca D, il primo giocatore prende 1, mentre il secondo giocatore prende 0.

Per trovare l'equilibrio del gioco si ragiona come segue. Quando il giocatore 2 è chiamato a giocare, egli conosce l'azione intrapresa dal giocatore 1, quindi sa di

¹Anche in questo caso consideriamo giochi con soli due giocatori.

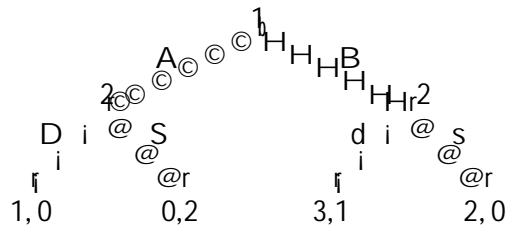


Figura 1: Gioco a mosse sequenziali con due giocatori

trovarsi o nel suo nodo di sinistra o nel suo nodo a destra della figura. Egli giocherà sicuramente l'azione che gli consente di vincere: sceglierà S se prima 1 ha giocato A (confronta 2 con 0), sceglierà d se invece 1 ha giocato B (confronta 1 con 0). D'altra parte, il giocatore 1 sceglie per primo, ma sa che se gioca A si arriva al nodo di sinistra nel quale 2 giocherà S ed egli avrà un *payoff* pari a 0. Se invece gioca B, 2 giocherà d e prenderà 3. Segue che al giocatore 1 converrà giocare B e l'equilibrio del gioco è dato dalla coppia di azioni (B,d) che corrisponde ai *payoff* (3,1).

Il concetto di soluzione che abbiamo utilizzato per trovare l'equilibrio di un gioco in forma estesa è definito induzione a ritroso: si parte infatti trovando la decisione del giocatore che interviene a giocare per ultimo (che considera *data* la decisione di chi lo ha preceduto) e si risale *a ritroso* fino al nodo della decisione iniziale. A quel punto, il primo giocatore sceglie la sua azione ottima tenendo conto della *reazione* del giocatore che lo segue. È possibile dimostrare che l'equilibrio trovato con induzione a ritroso è anche un equilibrio di Nash.